ELEMENTI

DI

PROSPETTIVA LINEARE

DI

GIOVANNI ASTOLFI



MILANO
COI TIPI DI G. B. BIANCHI E C.º
1825.

Sandananananananananananananana



ELEMENTI

DI

PROSPETTIVA LINEARE

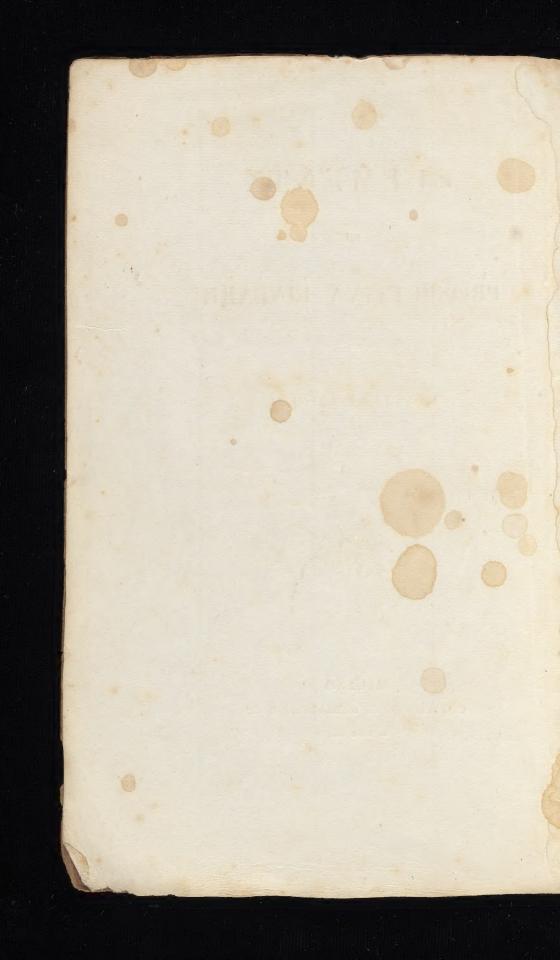
DI

GIOVANNI ASTOLFI



MILANO
COI TIPI DI G. B. BIANCHI E C.º

M. DCCC. XXV.



AVVERTIMENTO

La presente operetta, che deve essere considerata come il seguito dell'altra intitolata: Metodi pratici per determinare i contorni delle ombre ordinarie, contiene le principali proposizioni relative alla Prospettiva lineare, esposte colle corrispondenti regole pratiche e rispettive dimostrazioni dipendenti dalle prime nozioni di Geometria Descrittiva.

NB. Nel richiamare i varj Problemi dell' operetta citata ci serviremo per brevità del segno M. P.

ELEMENTI DI PROSPETTIVA LINEARE

DEL CONTORNO APPARENTE.

Se da un punto A, (Fig. 1) ove supporremmo col·
locato l'occhio dell'Osservatore che considera un Corpo
qualunque BFDG, si conduce una tangente AB, e
si faccia questa muovere intorno al punto A in modo
che tocchi costantemente il corpo dato, si otterrà su
questo una linea BCDE che sarà il Contorno Apparente del punto di vista A.

PROBLEMA 1.º

Data la pianta BAD, (Fig. 2) e l'alzato fcg di un cono qualunque, e data la pianta V, e l'alzato v del punto di vista, trovare il contorno apparente del cono dato.

Dai punti V, v si tirino le VCN, vcn, e dal punto n la nN perpendicolare ad ML. Si conducano dal punto N le rette NB, ND tangenti la curva DAB, si uniscano i punti B, D col punto C, e si avrà colle rette BC, CD e colla curva DAB la pianta del contorno apparente cercato; così segnati nell'alzato i punti b, d corrispondenti ai B, D e condotte le cb, cd si otterrà l'alzato del medesimo contorno.

Essendo il contorno apparente del cono determinato da due piani tangenti al medesimo condotti dal punto di vista, passeranno questi pel vertice del cono, e la loro comune intersezione sarà nella linea VC, vc, per cui nelle due NB, ND si avrà l'intersezione de' suddetti piani col piano della pianta, nelle BC, CD, DAB la pianta del contorno cercato.

PROBLEMA 2.º

Data la pianta ARCD, (Fig. 3) e l'alzato abcd di un cilindro qualunque, e data la pianta V, e l'alzato ν del punto di vista, determinare il contorno apparente del cilindro dato.

Dai punti V, v si tirino le VN, vM rispettivamente paralelle ai lati AR, ab, indi MN perpendicolare ad ML. Dal punto N condotte le NP, NF tangenti la curva APD, e pei punti P, F le PQ, FH paralelle ad AR si avrà (per essere il punto v superiore al piano bc) il contorno apparente determinato dalla base superiore RHCQ dalle linee PQ, FH e dalla curva PAF. Così condotte nell'alzato le due pq, fh corrispondenti alle PQ, FH determineranno in questo il medesimo contorno cercato.

OSSERVAZIONE.

Se il cilindro sarà retto, si condurranno le tangenti immediatamente dal punto V: Intersecandosi i due piani tangenti il cilindro condotti dal punto di vista in una linea paralella al lato di esso, sarà N il punto ove questa linea incontrerà il piano della pianta, quindi le due NF, NP saranno le intersezioni dei piani tangenti col piano suddetto, e le PQ, FH le cercate.

PROBLEMA 3.º

Data la pianta BXD, (Fig. 4) e l'alzato b x d di una sfera, e data la pianta V, e l'alzato v del punto di vista, trovarne il contorno apparente.

Si unisca il centro C col punto V, indi per l'altro centro c si tiri c a paralella ad ML, e s' innalzi dal punto V la VA perpendicolare a VC ed eguale a v a. Condotte dal punto A le tangenti AB, AD, si calino le BF, DE perpendicolari sulla VC, si divida per metà la FE nel punto G, e si conduca HN perpendicolare a VC ed eguale alla distanza BD. Descritto col Problema III M. P. l'ellisse avente per diametri le HN, FE sarà questo la pianta del contorno cercato.

Per avere l'alzato del medesimo contorno si condurrà CP paralella ad ML, indi vp perpendicolare a cv ed eguale a VP, e si farà pel punto p ciò che si è fatto pel punto A.

Dimostrazione.

S'innalzi il piano della pianta nel piano orizzontale condotto pel centro della sfera in modo che il punto C si trovi nel centro di essa, ed il punto V nella verticale elevata dallo stesso punto V, indi si faccia ruotare il cerchio BXD, e la retta VA

intorno alla VC in modo che si disponghino verticalmente. In quella posizione il punto A coinciderà col punto di vista, ed il contorno apparente sarà determinato dal cerchio che ha per diametro BD, per cui la sua projezione sarà l'ellisse col diametro minore FE, e col diametro maggiore eguale alla stessa BD come si è detto.

PROBLEMA 4.º

Data la pianta ATBS, (Fig. 5) e l'alzato mdnf di un toro, e data la pianta V e l'alzato v del punto di vista trovare il contorno apparente del toro dato.

Si unisca il centro R col punto V, e dal centro r si tiri ra paralella ad ML, si descriva sulla VR il semicerchio RSV, si seghi AT eguale ad AS, e saranno S, T la pianta di due punti del contorno cercato, e nella mn si avranno gli alzati s, t dei medesimi punti. Dal punto C si tiri CE perpendicolare a CR cd eguale a CA; indi descrivasi il semicerchio EAF, e altrettanto si faccia pel punto D.

Pel centro R si tiri una retta qualunque RO, si seghi RH eguale ad RO, s'innalzi HN perpendicolare a VR ed eguale a Va, e dal punto N condotte le taugenti NG, NX si calino le GQ, XI perpendicolari ad AB: prese le parti RQ', RY' rispettivamente eguali ad RQ, RY si avranno in Q', Y' la pianta di altri due punti del contorno cercato. Guidata pel punto Q' la Q'q perpendicolare ad ML, e posta la qg eguale alla QG, si avrà l'alzato del punto Q', e nella stessa guisa si otterrà l'alzato del punto Y'. Fatto l'angolo ARQ'' eguale ad ARQ', e segate le parti RQ'', RY'' eguali alle RQ', RY' si avranno la pianta,

e quindi l'alzato di altri due punti; se si condurrà VP perpendicolare a VR ed eguale a va, e si eseguirà pel punto P l'operazione fatta pel punto N, si avranno i due punti corrispondenti al diametro AB, uno de' quali sarà il più basso e l'altro il più elevato, così fatta la RZ perpendicolare ad AB ed eguale a va, e condotte le tangenti si avranno i due punti pel diametro ZK.

La medesima regola serve per qualunque superficie di rotazione convessa.

OSSERVAZIONE I.

Se invece del toro mdnf sarà dato il solo ovolo mfn, e questo situato al dissopra del punto di vista, se ne avrà il contorno apparente eseguendo precisamente la medesima costruzione, e descrivendo soltanto la porzione di curva SYT la quale assieme all'arco circolare SAT ed alla base inferiore dell'ovolo costituirà l'intiero contorno cercato.

OSSERVAZIONE II.

Servirà la stessa regola per trovare il contorno apparente di un toro in un archivolto (Fig. 6), avvertendo di continuare gli archi ba, rg in m, n, descrivere i semicerchi sui diametri mn, fe, e segare le v'p', v''p'' ec. eguali a VP, come si scorge dall' ispezione della figura. Dall' alzato se ne otterrà la pianta colle solite norme generali.

Se invece di un toro sarà dato un ovolo, il suo

contorno apparente si ridurrà alla sola porzione compresa fra a, b, e questa si avrà descrivendo col centro m e raggio mn un quarto di cerchio, e operando pel resto come si è detto.

Dimostrazione.

S'immagini collocato il piano della pianta nel piano orizzontale condotto pel centro del toro, come nella dimostrazione della proposizione precedente, e si consideri la sezione verticale lungo la RO, e la sua tangente condotta dal punto di vista: è chiaro che la projezione di questa tangente nel piano della RO sarà la tangente condotta alla medesima sezione dall' estremo della verticale elevata nel punto O ed eguale a va, per cui il semicerchio EAF e la retta HN potranno rappresentare questa sezione, ed il punto Q corrisponderà al punto Q' cercato, come si è detto.

PROBLEMA 5.º

Data la pianta e l'alzato di una porzione di colonna spirale non rastremata, la pianta e l'alzato dell'Elice direttrice, e del punto di vista trovarne il contorno apparente.

Condotta la tangente VA (Fig. 7) ed il raggio DA si tiri Aaa' perpendicolare ad ML, e fissati tutti i punti y, y', ec. corrispondenti alla pianta Y si tirino le ya, y'a', ec. paralelle ad ML, ed i punti a, a' ec. saranno tanti punti del contorno cercato. Ripetuta la stessa operazione per la tangente VB si otterranno dei punti appartenenti all'altro estremo del medesimo contorno. Dal punto h preso nella Dm si tiri h K tangente la curva dell' Elice, e dal punto v si conduca v p

paralella ad hK: fissata quindi qualunque sezione orizzontale z n x, si trovi il punto N corrispondente ad n, si descriva col centro N e col raggio della colonna il cerchio SZR, e si guidi la DN, si conduca VP perpendicolare a DN ed eguale a qp, e dal punto P le tangenti PR, PS ed i punti R, S coi corrispondenti r, s segneranno la pianta e l'alzato di due punti richiesti.

OSSERVAZIONE.

Se la sezione xz si fisserà al dissotto del punto v, la retta VP dovrà prendersi in senso opposto, cioè nella direzione VT, e se la sezione passerà per v le tangenti PR, PS si condurranno dal punto V.

Dimostrazione.

Potendo il cerchio A B rappresentare la pianta di un cilindro retto, che involge la colonna spirale, tutti i punti di essa colonna corrispondenti ai due A, B saranno nel contorno apparente, e siccome l'altezza dei punti di detta colonna projetati in A è eguale a quella dei punti dell'Elice projetati in y, così saranno a, a' ec. gli alzati del punto A.

Guidati dal punto di vista due piani tangenti la colonna nella sezione xz s' intersecheranno questi in una retta paralella alla tangente condotta all' Elice dal punto n, per essere tutte le paralelle alla suddetta tangente in n tirate dai varj punti del contorno della sezione xz altrettante tangenti alla colonna, quindi l'ortografia dell'accennata intersezione dei piani tangenti sarà la VP paralella alla tangente condotta in N e per essere tutte le tangenti all'Elice egualmente inclinate al piano della pianta, e VP eguale a qp sarà P l'ortografia del punto dove l'anzidetta

intersezione incontra il piano orizzontale qx, dunque le PR, PS determineranno due punti del contorno apparente cercato come dovevasi dimostrare.

DELLA PROSPETTIVA DETERMINATA

COL METODO GENERALE.

Unendo il punto di vista V (Fig. 8) con tutti i punti del contorno apparente ABCD di un oggetto, si otterrà una superficie conica, segata questa con una superficie qualunque MN, si avrà una linea abcd che sarà la prospettiva del contorno ABCD ossia dell' oggetto considerato. La superficie MN che generalmente è piana dicesi quadro.

PROBLEMA 6.º

Data la pianta \mathcal{A} , e l'alzato a (Fig. 9) di un punto, e data la pianta V e l'alzato v del punto di vista, trovare la prospettiva del punto dato supponendo il piano del quadro disposto verticalmente nella CD condotta perpendicolare ad ML_{ϵ}

Si tirino le VA, va, si prolunghi CD e condotta NP perpendicolare a CD ed eguale a Cp sarà P la prospettiva cercata.

OSSERVAZIONE.

Se il punto obbiettivo si troverà nel piano della pianta sarà b il suo alzato, per cui segata NR egualo a Cr, sarà R il punto cercato.

Dimostrazione.

Condotto un piano verticale per la retta che unisce il punto di vista col punto dato, intersecherà questo nella VA il piano della pianta, e sarà quindi nell'estremo della verticale elevata dal punto N ed eguale a Cp il punto vercato; dunque ec.

PROBLEMA 7.º

Data la pianta ACBN, (Fig. 10) e l'alzato pq di un cerchio orizzontale, la pianta V e l'alzato v del punto di vista, e la posizione MD del piano del quadro, trovare la prospettiva del cerchio dato.

Dal punto V si tirino le tangenti VA, VB, si divida per metà la FH nel punto G e si conduca VGN, si trovino gli alzati a, b, n dei punti A, B, N si conducano le va, vb, vn e si trasporti il supposto piano MD in M'D' affine d'evitare la confusione delle linee che caderebbero nella pianta del cerchio: pei punti F, G, H si guidino le F F', GG', HH', tutte paralelle ad ML, si seghino le parti F'A', H'B' eguali alle Mf, Mh, si uniscano i punti A', B', e si avrà un diametro della prospettiva cercata, così segata la G'N' eguale ad Mg, e presa OQ eguale ad ON' sarà N' Q un altro diametro della medesima prospettiva.

Per ottenere quanti punti si vogliano dell'ellisse rappresentante la prospettiva del cerchio dato, si descriverà sul diametro A'B' il semicerchio A'PB', si condurrà OP perpendicolare ad A'B', e si uniranno i punti Q,P. Fatto ciò per un punto qualunque R del diametro A'B' si tireranno le RS,RT, indi ST paralelle alle OP, OQ, PQ, e si avrà così un punto

T del semiellisse A'QB', e praticata la stessa operazione per descrivere il semiellisse A'N'B' si otterrà tutto l'ellisse cercato.

OSSERVAZIONE I.

Se invece di un cerchio sarà dato un'ellisse servirà la medesima regola per averne la prospettiva.

OSSERVAZIONE II.

Nel caso che il cerchio dato sia verticale, essendo la sua pianta una retta eguale al diametro, se ne avrà la prospettiva unendone gli estremi col punto V ed eseguendo nel resto l'operazione già superiormente praticata.

Dimostrazione.

Essendo la prospettiva del dato cerchio un'ellisse e le linee $F^{\dagger}A'$, $H^{\dagger}B'$ tangenti al medesimo sarà A' B' un diametro, O il suo centro ed N'Q il diametro conjugato; dunque ec.

PROBLEMA 8.º

Data la pianta AEB (Fig. 11) e l'alzato fcg di un cono qualunque, e dato la pianta V, e l'alzato v del punto di vista, trovare la prospettiva del cono dato, supponendo il piano del quadro disposto come nel Problema antecedente.

Colla regola del Problema 1.º si trovi la pianta ACE, e l'alzato ace del contorno apparente, e col

Problema II M. P. si trovi la porzione d'ombra propria CB che cade nel detto contorno (*). Si trasporti, come si è fatto nel Problema antecedente, il supposto piano MD in M'D', si tirino le linee VA, va, si conduca XX', si seghi la parte X'A' eguale ad Mx, e sarà A' la prospettiva del punto A; si ripeta la medesima operazione per E, C, B, e per alcuni punti dell'arco EBA, il quale potrebbesi anche descrivere colla regola del Problema antecedente, e si otterrà con ciò la prospettiva A'C'E'B' cercata.

OSSERVAZIONE

Siccome le tangenti OB, OF, che secondo il citato Problema II M. P. determinano gli estremi dell' ombra propria, comprendano anche l'ombra che porta il cono sul piano della pianta, così trovata la prospettiva dei tre punti F, O, B, ossia delle rette OF, OB, e marcate le parti che cadono al difuori della E'C' si avrà la prospettiva di quest' ombra.

PROBLEMA 9.º

Data la pianta ABCN (Fig. 12) e l'alzato abcn di un cilindro qualunque e data la pianta V e l'alzato v del punto di vista, trovare la prospettiva del cilindro dato.

^(*) In qualunque Problema sarà sempre necessario di considerare tanto l'ombra visibile, che la trasparente, e segnare soltanto quella porzione che cade nel contorno apparente,

Si determini col Problema 2.º il contorno apparente del cilindro, e sia questo compreso dalle rette EF, GH, dalla curva GOE, e da tutto il perimetro superiore BPF; si segni col Problema I M. P. l'ombra propria OP che cade nel contorno apparente, e colla seconda parte Problema XXXV M. P. si trovi l'ombra OQR che il cilindro porta sul piano della pianta. Condotte le due VE, ve si trivi XX' paralella ad ML, si seghi X'E' eguale ad Mz, e si avrà in E' la prospettiva del punto E, si ripeta convenientemente questa operazione per alcuni punti del già nominato contorno apparente per l'ombra propria OP e per l'ombra portata OQR, e si avrà la prospettiva cercata.

OSSERVAZIONE.

Per le due basi del cilindro e per la parte R Q potrà servire il Problema $7.^{\circ}$

PROBLEMA 10.0

Data la pianta ANC, (Fig. 13) e l'alzato anc di una sfera, e data la pianta V e l'alzato φ del punto di vista, trovarne la prospettiva.

Si descriva col Problema 3.º la pianta ABCE e l'alzato abce del contorno apparente, e col Problema IV M. P. si segni la pianta BQE e l'alzato bqe di quella porzione d'ombra propria che cade nel contorno apparente: fissati poscia due punti corrispondenti B, b, ed eseguita la solita costruzione, si otterrà la prospettiva B', e così si farà degli altri punti del con-

torno apparente dell' ombra propria e dell' ombra portata, che si segnerà col Problema XLI M. P.

OSSERVAZIONE.

I due punti B, b e i due E, e possono servire per fissare la corrispondenza fra i varj punti della pianta e dell' alzato.

PROBLEMA 11.º

Data la pianta ACB (Fig. 14) e l'alzato abco di un toro, e la pianta V e l'alzato v del punto di vista, trovarne la prospettiva.

La prospettiva cercata sarà composta della base superiore HFG, del contorno apparente ANCQA trovato col Problema 4.°, e della porzione EKR d'ombra propria Problema VI M. P. che trovasi nel contorno apparente, le quali si avranno mediante la più volte ripetuta operazione ec.

Nello stesso modo si potrà avere la prospettiva di un toro, o di un ovolo in un archivolto, e della colonna spirale.

PROBLEMA 12.º

Data la pianta BDC, HPN (Fig. 15) e l'alzato pxsm di un imoscapo, la pianta V e l'alzato v del punto di vista, trovarne la prospettiva.

Dal punto V condotte le tangenti VN, VH, si trovino gli alzati n, h dei punti N, H, indi le pro-

spettive N', H': fatto ciò si prenda nella curva sgm qualunque punto g, e si tirino la gq tangente la curva sgm e la gr paralella ad ML, si guidi pei punti v, q la vqr e dal punto r la rR perpendicolare ad ML. Descritto col centro A e col raggio tg il cerchio EGF si conducano dal punto R le tangenti RE, RF, si trovino gli alzati e, f ed in seguito le prospettive E', F'; si ripeta regolarmente la stessa operazione praticata pel punto g per altri punti della curva sgm, e si continui finchè si ottenghino due punti, la cui prospettiva cada nel contorno già segnato, si aggiunga la prospettiva delle due basi HPN, BDC, e si avrà la figura cercata.

OSSERVAZIONE.

La medesima costruzione serve egualmente per tutte le superficie di rotazione concave.

Dimostrazione.

Per la natura delle taugenti potendosi il cerchio corrispondente al raggio tg considerare come la base del cono gtq, ne siegue che i due punti E, F determinati colla costruzione del Problema \mathfrak{s} . Osodisferanno al caso proposto.

PROBLEMA 13.º

Data la pianta e l'alzato della base toscana (Fig. 16), trovarne la prospettiva.

Si segni col Problema 2.º il contorno apparente del fusto della colonna, indi quello dell'imoscapo Problema 12.º, e col citato Problema 2.º e col Problema 4.º si otterrà il contorno visibile della listella e del toro. Si mettino in prospettiva i trovati contorni colla base superiore del fusto, e colle due faccie del plinto corrispondenti alle AC, AB, e la sua base superiore, unendovi anche gli estremi di quelle ombre che cadono nella parte descritta, e l'ombra portata sul piano della pianta Problema XXXV M. P. e si avrà la prospettiva cercata.

OSSERVAZIONE.

Colle medesime avvertenze si otterra la prospettiva del capitello toscano o di qualunque altro corpo, data che ne sia la pianta e l'alzato.

PROBLEMA 14.º

Trovare la prospettiva della (Fig. 17).

Si conduca dal punto V la VD paralella ad AB, indi DD' paralella ad ML, e segata D'Z eguale a vR, sarà Z il punto dove concorreranno la prospettiva di tutti gli spigoli paralelli ad AB, così condotta VE paralella ad AC, poi la EE' paralella ad ML, e presa E'X eguale anch' essa a vR, si avrà il punto X nel quale concorreranno tutte le prospettive degli spigoli paralelli ad AC. Determinati i due punti Z, X, si operi nel resto colle regole esposte.

Questi due punti che sono interessantissimi negli usi pratici, si chiamano punti accidentali.

Si suppongono condotti dal punto di vista tauti piani, che passino per tutti gli spigoli paralelli ad AB, e siccome si segheranno questi in una retta condotta dal medesimo punto e paralella alla stessa AB, così sarà Z il punto richiesto.

APPLICAZIONE DEL METODO GENERALE

AL CASO DI UN QUADRO QUALUNQUE.

PROBLEMA 15.º

Data la pianta P (Fig. 18) e l'alzato p di un punto, la pianta V e l'alzato p del punto di vista e la base ABC di una superficie cilindrica retta, determinare la posizione della prospettiva del punto dato sulla superficie considerata.

Si conducano le due VPB, vpb, e dal punto B la Bb perpendicolare ad ML, e sarà B la pianta e b l'alzato del punto cercato.

PROBLEMA 16.º

Trovare la prospettiva di un punto dato sulla superficie di un cono retto.

Sia ARS (Fig. 19) la base del cono retto, i due punti O, o la pianta e l'alzato del vertice del cono, e siano come antecedentemente V, v, P, p la pianta e gli alzati del punto di vista e del punto dato.

Condotta la VPRS, si descriva l'alzato rts cor-

rispondente alla pianta $RS(^*)$. Si guidi vpt, e si tiri tT perpendicolare ad ML, e sarà T la pianta e t l'alzato del punto richiesto.

OSSERVAZIONE I.

Servirà la medesima costruzione per trovare la prospettiva di un punto dato sopra una superficie sferica.

OSSERVAZIONE II.

Volendosi la prospettiva di uno dei solidi considerati nei Problemi 1.º, 2.º, 3.º, 4.º, 5.º, sopra una data superficie cilindrica, conica, sferica, si ripeterà per vari punti del contorno apparente, l'operazione praticata nei due Problemi antecedenti.

DELLA PROSPETTIVA LINEARE DETERMINATA

COL METODO DEI PUNTI DI CONCORSO.

Il metodo generale è facile a ritenersi applicabile a tutti i casi possibili e il solo che possa servire quando il quadro sia una superficie curva, con tutto ciò trattandosi di applicare, nel caso del quadro piano e verticale, la prospettiva all'architettura, ove

^(*) Per descrivere l'alzato corrispondente alla sezione RS (Fig. 20), si condurranno varie rette mn, m'n' ec. paralelle ad rs, e fatto centro in O coi raggi xn, x'n' ec. si faranno dei cerchj concentrici, si troveranno gli alzati d, e ec. dei punti D, E ec., che uniti daranno l'alzato rxs della sezione RS cercata.

trovansi ordinariamente molte linee paralelle ed orizzzontali, riesce più breve e più comodo il metodo accennato.

PROBLEMA 17.°

Data la pianta P di un punto (Fig. 21), e data la sua altezza o distanza dallo stesso punto P, trovarne la prospettiva nel piano dell'alzato.

Condotta al solito la ML, si fissi l'alzato V del punto di vista, si tiri EVG paralella ad ML, si conduca VD perpendicolare ad FG ed eguale alla distanza che ha il punto di vista dal punto V: si cali PET perpendicolare ad ML e dal medesimo punto P si conduca qualunque retta PN, si guidi DH paralella a PN, si facciano le NO, ET eguali all'altezza data dal punto P, si uniscano i punti O, H ed i punti T, V e si avrà nell'intersezione Q la prospettiva cercata.

La linea ML si chiama linea della Terra od anche base del quadro, la DV raggio principale, ed il punto V punto principale del quadro. La retta FG dicesi linea d'orizzonte, e prese le parti VX, VY eguali a VD, i punti X, Y chiamansi punti di distanza.

OSSERVAZIONE I.

Se il punto P si troverà nel piano della pianta, si unirà il punto N col punto H, il punto E col punto V e si avrà in R la prospettiva richiesta.

Nella prospettiva ottenuta col metodo considerato si suppone l'oggetto collocato sul piano della pianta al di dietro del piano del quadro.

Dimostrazione.

Supposto primieramente il punto P nel piano della pianta, si facino rotare le due DV, PE intorno ai punti V, E in modo che la prima si disponga davanti il piano dell'alzato, e l'altra di dietro e perpendicolari entrambi al suddetto piano. In questa posizione supponendo unito il punto D, che coinciderà col punto di vista, col punto P, si avrà una retta che intersecherà la VE nel punto cercato. Supponendo R un tal punto si avranno i due triangoli DVR, PER simili, e però dovrà essere PE:DV::ER:RV vale a dire che il punto cercato dovrà dividere la retta EV in due parti proporzionali elle distanze PE, DV, ma questo si ottiene mediante la costruzione esposta, poichè risultando simili i triangoli PEN, DVH ed NRE, VRH si ha PE:DV::NE:VH ed NE; VH::ER:VR per cui PE:DV::ER:VR; dunque la retta EV resta divisa come volevasi.

La medesima dimostrazione serve egualmente per l'altro caso considerato; avvertendo che in quest'ipotesi la perpendicolare cal'ata dal punto obbiettivo sul piano dell'alzato cadrà nel punto T, e che la paralella alla DH condotta dallo stesso punto incontrerà in O il piano dell'alzato.

PROBLEMA 18.°

Data la pianta ABCD (Fig. 22) ed il profilo F'G'S' di una base toscana trovarne la prospettiva. Fissate le linee ML, ST, il punto R ed il punto

V si tirino per questo le due VS, VT ordinatamente paralelle alle due AB, BC e si avranno i due punti S, T nel primo de' quali concorreranno le prospettive di tutte le linee paralelle ad AB, e nell' altro le prospettive di quelle rette che saranno paralelle a BC. Si prolunghino le AB, DC, CB, DA in G, H, E, F, si uniscano i punti G, H col punto S ed i punti F, E col punto T, e si otterrà la prospettiva abc della base inferiore del Plinto. Prese le parti Gg, Hh, Ee, Ff eguali a R'S', e uniti i punti g, h col punto S ed e, f con T si avrà la prospettiva a' b' c' della base superiore. Condotte le rette aa', bb', cc' le quali dovranno essere verticali (essendo la prospettiva di uno spigolo verticale sempre una retta verticale), si formerà l'intiera prospettiva del Plinto.

S'inscriva nella pianta della colonna il quadrato NOPQ, paralello ad ABCD, e si ripeta per questo l'operazione fatta per ABCD, prendendo le parti Yy, Zz, Xx, Uu eguali tutte ad A'M e si avranno i quattro punti n, o, p, q appartenenti a quell'ellisse che marca la prospettiva della base superiore del fusto della colonna, e volendosi altri quattro punti del medesimo ellisse si condurranno pel centro K due diametri paralelli ai lati AB, BC e si circoscriverà il quadrato N'O'P'Q' paralello all'inscritto eseguendo pei due diametri ciò che si è fatto per le rette NO, OP e per il quadrato N'O'P'Q' come per NOPQ, e l'intersezione del quadrato coi diametri daranno i punti richiesti. Ripetendo la stessa operazione per la sezione corrispondente al profilo

B'C', e unendo gli estremi laterali dei due ellissi si avrà la prospettiva totale del fusto.

Per avere la prospettiva dell' imoscapo sarà duopo stabilire varie sezioni orizzontali, portarle in prospettiva colla regola già praticata, unendo convenientemente gli estremi di tali sezioni come si vede nella (Fig. 23), osservando però di terminare l'operazione quando le sezioni rientreranno nelle già avute. Le due basi della listella si avranno come la base superiore del fusto; ed il toro eseguendo ciò che si è superiormente detto per l'imoscapo. (Anche questa operazione si è resa visibile colla Fig. 24).

OSSERVAZIONE I.

Fissata in pianta ed in profilo l'ombra propria della base, se ne avrà la prospettiva colla regola del Problema antecedente.

OSSERVAZIONE II.

La parte visibile dell'oggetto considerato si desumerà dalla posizione del punto di vista, così essendo R l'alzato di questo punto, saranno visibili per intiero le facce corrispondenti alle linee AB, BC.

Dimostrazione.

Disposta la pianta ed il punto di vista come nella dimostrazione antecedente e richiamata quella del Problema 14.º si vedrà che S è il punto di concorso di tutte le rette paralelle ad AB, e T quello delle linee paralelle a BC per cui la prospettiva della linea AG posta nel piano della pianta sarà nella SG, e la prospettiva della CE nella TE, e però b sarà la prospettiva del punto B; così si dica degli altri punti a, c, ec.

Considerando poi come piano della pianta la base superiore del plinto e la base superiore del fusto, si renderanno manifeste le altre operazioni eseguite.

PROBLEMA 19.º

Mettere in prospettiva un Capitello Toscano.

Stabilite le ML, ST, VR (Fig. 25), e condotte le VS, VT paralelle rispettivamente alle AB, BC, si operi pel quadrato ABCD come si è fatto pel quadrato ABCD della Fig. 22, osservando di prendere in questo caso le altezze corrispondenti al profilo a. Si ripeta la medesima operazione pei quadrati marcati in profilo b, c, indi colle varie sezioni si trovi la prospettiva dell' ovolo, della listella e del fusto della colonna.

Per avere la prospettiva degli spigoli corrispondenti al b q c, si segni l'estremo della retta cq, si trovi la prospettiva del quadrato corrispondente al punto q, e si operi similmente per altri quadrati fissati al dissopra del punto q, e si avrà con ciò la prospettiva degli spigoli corrispondenti al b q c.

OSSERVAZIONE.

Alcune delle operazioni accennate si vedono esegnite nella citata Figura 25. Ritenuta la medesima disposizione tanto del piano del quadro che dell' oggetto, come nelle figure relative al metodo generale, si trasporti il punto di vista ad una distanza tanto considerevole da potersi considerare paralelli i raggi visuali; la prospettiva che ne risulta in quest' ipotesi chiamasi paralella. Questa prospettiva facile ad eseguirsi si adopera vantaggiosamente per le macchine conservando la grandezza reale de' spigoli verticali.

PROBLEMA 20.º

Data la pianta A (Fig. 26) e l'alzato a di un punto, e la direzione LV, Lv dei raggi visuali, trovare la prospettiva paralella del punto dato.

Fissata come nel Problema 6.º la DMf perpendicolare ad ML e condotta la $M^{\dagger}D^{\dagger}$, paralella ad MD, si tirino le AN, af paralelle alle LV, Lv, indi NN^{\dagger} paralella ad ML e segata la N'P eguale ad Mf, sarà P la prospettiva cercata.

OSSERVAZIONE.

Se il punto dato sarà nel piano della pianta si condurrà b g paralella ad Lv, e presa N^1R eguale ad Mg si avrà il punto R richiesto.

Ordinariamente si stabilisce la direzione LV paralella ad ML ed $L\nu$ che formi colla ML un angolo di 22 gradi circa.

Data la pianta AFBG, (Fig. 27) e l'alzato agbf di un cerchio, la pianta LV, e l'alzato L_{ν} della direzione de' raggi visuali, trovare la prospettiva paralella del cerchio dato.

Condotte le tangenti AC, BD e la EH paralelle tutte ad LV, si fissino gli alzati a, g, b, dei punti A, G, B, e trovate col Problema antecedente le prospettive A', G', B' dei suddetti punti A, G, B si descriva colla regola data nel Problema 7.º l'ellisse A' G' B' F' e sarà questa la prospettiva cercata.

OSSERVAZIONE.

Se il cerchio dato sarà orizzontale, e la direzione de' raggi NV', $L'\nu'$ come si è detto nell'osservazione del Problema antecedente l'ellisse A' G' B' F' si descriverà colla regola del Problema III M. P.

PROBLEMA 22.0

Data la pianta e l'alzato (Fig. 28) di un cilindro qualunque come nel Problema 2.º, e data la direzione L^1V , $L\nu$ dei raggi visuali, trovarne la prospettiva paralella.

Fissati i punti corrispondenti L-L', e V-v si tirino le VH, vh paralelle ai lati RS, rs: indi hH perpendicolare ad ML ed unito il punto H col punto L' si conducano le tangenti AT, BX paralelle ad L'H, e dai punti di contatto le AC, BD

paralelle ad RS che assieme al cerchio DSC e all'arco BNA costituiranno la pianta del contorno apparente. L'alzato del medesimo contorno si otterrà colle solite regole generali: determinato così il contorno apparente, si segnerà colle regole esposte nei due Problemi antecedenti la prospettiva delle rette AC, BD, della base superiore DCS e dell'arco BNA, e si avrà la prospettiva richiesta.

OSSERVAZIONE.

La regola praticata per determinare il contorno apparente del cilindro dato è quella del Problema I. M. P. ed il Problema II. M. P. servirà per trovare il contorno apparente del cono; e coi Problemi IV, V, VI, VII, VIII ec. M. P. si otterrà il contorno apparente della sfera, del toro, dell'ovolo, di una superficie di rotazione qualunque, di un canale ec., e quindi se ne avrà la prospettiva come pel cilindro.

DELLA RICERCA DEL PUNTO DI VISTA IN UNA DATA PROSPETTIVA.

PROBLEMA 23.º

Data la prospettiva ADFG di un quadrato orizzontale (Fig. 29), trovarne il punto principale ed i punti di distanza.

Si prolunghino i lati AG, DF ed FG, DA nei punti di concorso E, H; si descriva sul diametro HE il cerchio HPER, si conduca la diagonale DGM e pel centro O la perpendicolare OR. Si

guidi la RMP, e la perpendicolare PV, e sarà V il punto principale, e descritti due archi col centro V e raggio VP si otterranno i punti X, Y di distanza.

OSSERVAZIONE I.

Nel caso che i due punti di concorso si trovino fuori dell' estensione del piano sul quale devesi eseguire la figura, si rende impraticabile la costruzione superiormente esposta, ed in tale ipotesi condotta qualunque retta xy (Fig. 30) paralella alla linea d'orizzonte XY si eseguirà per la xy la regola data affine di ottenerne il supposto punto principale ν , ed i supposti punti di distanza x, y che uniti col punto D mediante le rette $D \nu V$, D x X, D y Y daranno i punti V, X, Y cercati (*).

OSSERVAZIONE II.

Se invece di un quadrato sarà data la prospettiva di un paralellepipedo rettangolo a base quadrata ed orizzontale, come sarebbe il plinto nella base o la cimasa nel capitello, servirà la medesima costruzione a determinare il suo punto di vista.

Dimostrazione.

Supponendo unito il punto di vista coi due punti di concorso H, E e col punto M, si dovranno avere tre linee oriz-

^(*) Le semplici costruzioni esposte nel Problema 23 e nell'osservazione I. dello stesso Problema sono del Sig. Francesco Durelli Membro dell' I. R. Accademia di Milano.

zontali che formino due angoli semiretti; ora essendo gli angoli HPM, EPM misurati dalla metà degli archi HR, RE saranno semiretti; dunque fatto rotare il triangolo HPE intorno alla HE in modo che sia perpendicolare al piano del quadro, il punto P coinciderà col punto di vista, ed il punto V sarà il punto principale come si è detto.

PROBLEMA 24.º

Data la prospettiva CABGEF (Fig. 31) di una fabbrica avente per base un rettangolo, e conoscendosi per esempio dal numero delle finestre che il lato AB contiene tre parti, ed il lato AC due parti, trovare il suo punto principale.

Si prolunghino i lati AC, EF ed AB, EG onde avere i punti di concorso P, Q, si descriva sul diametro P Q il cerchio PR Z. Si faccia il rettangolo QNMK in modo che il lato QN contenga tre parti arbitrarie, ed il lato QK due delle stesse parti, si tiri la diagonale QMZ e le rette BP, CQ, indi l'altra diagonale ADH: fatto ciò si guidi la ZHR, e si cali la perpendicolare RV, e sarà V il punto principale cercato.

OSSERVAZIONE.

Se in luogo delle finestre vi fossero rosoni, colonne od altro, serviranno egualmente per trovare la corrispondenza fra i lati della base del rettangolo.

Dimostrazione.

Supponendo unito il punto di vista coi punti di concorso Q, H, P si avranno tre linee orizzontali che formeranno fra loro due angoli eguali ad NQM, MQK, e per essere eguali

gli angoli ZQP, PRZ che s'appoggiano sul medesimo arco, saranno pure eguali i complementi MQN, ZRQ; per cui disposto il triangolo PRQ come nella dimostrazione precedente, il punto R coinciderà col punto di vista, ed il punto V sarà il cercato.

PROBLEMA 25.º

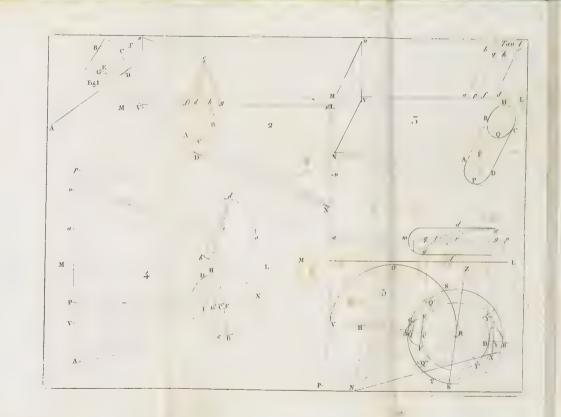
Data la prospettiva NGHO di un paralellepipedo rettangolo, le cui basi non sieno orizzontali, trovarne il punto principale.

Si prolunghino GF, PN, LO indi GH, PL, NO, e così NF, PG, LH e si avranno i tre punti A, C, B che uniti formeranno il triangolo A CB, si calino le BX, AS perpendicolari alle AC, BC, e si otterrà il punto principale V.

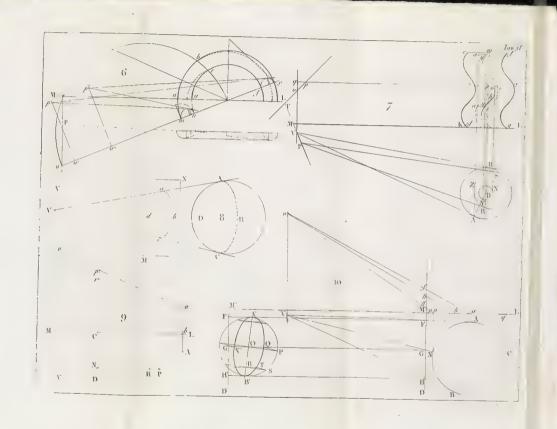
Descritto sulla BX il semicerchio XRB, e condotta VR paralella ad XC, sarà questa eguale alla distanza del punto di vista al punto principale V.

Dimostrazione.

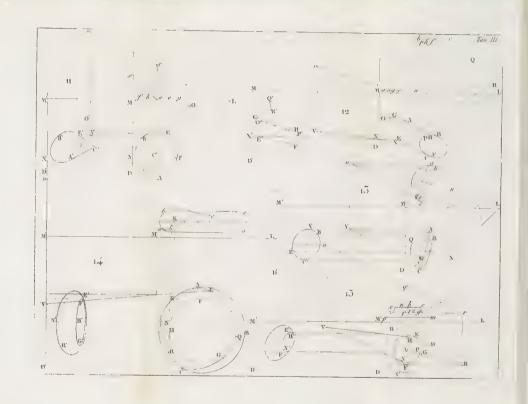
Invece del triangolo ABC della Fig. 32 si consideri il suo eguale ABC della Fig. 33, e poichè le rette che uniscono il punto di vista coi punti A, B formano angolo retto, si troverà questo nell'emisfero del semicerchio BXA, e per la medesima ragione sarà anche nell'emisfero del semicerchio CXB, e quindi nel semicerchio del diametro BX; egualmente si proverà che il suddetto punto cercato dovrà essere nella sezione AS, per cui la sua projezione sarà V, e siccome gli angoli ASC, BXC sono retti, così il punto V resterà determinato dalle perpendicolari BX, AS come si è detto; trovandosi poi il punto di vista nel semicircolo del diametro BX, sarà evidentemente la sua distanza eguale alla VR Fig. 31.



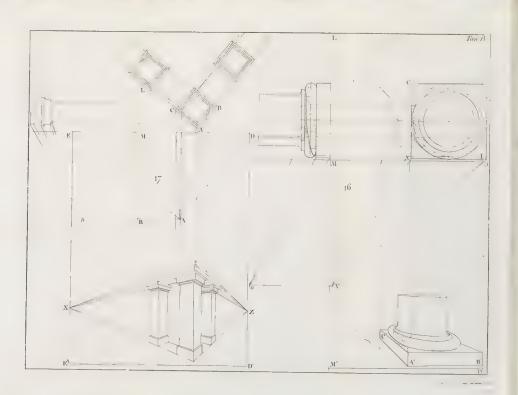




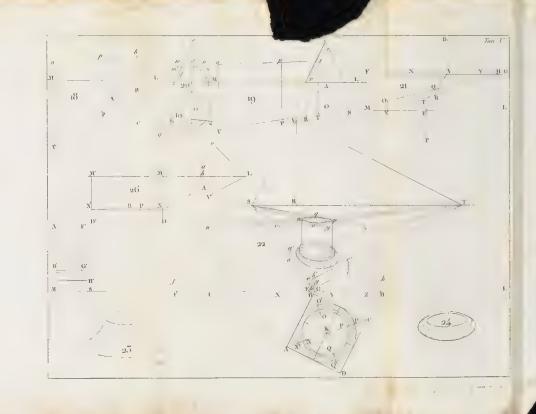


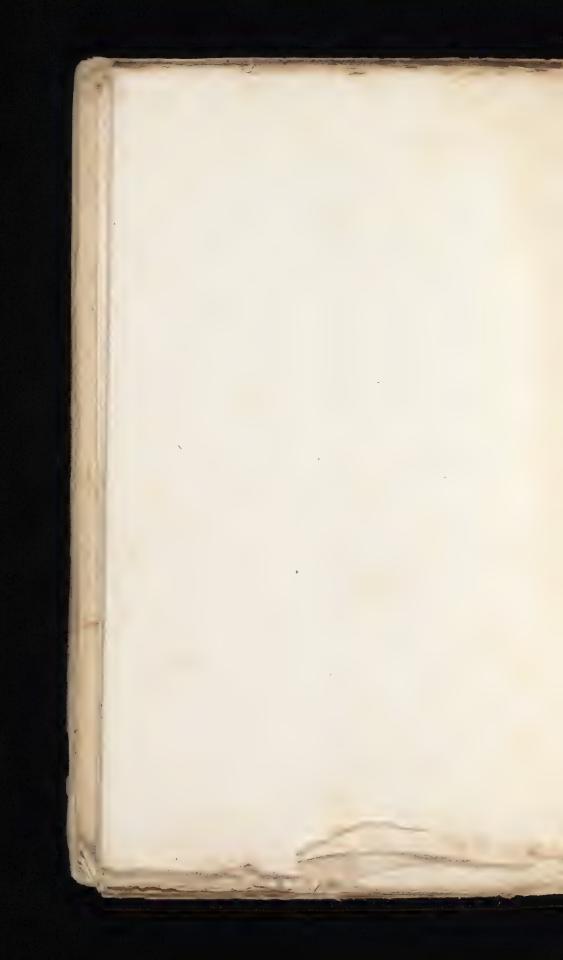


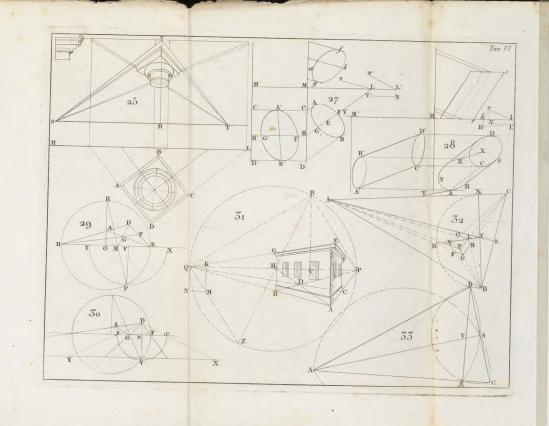




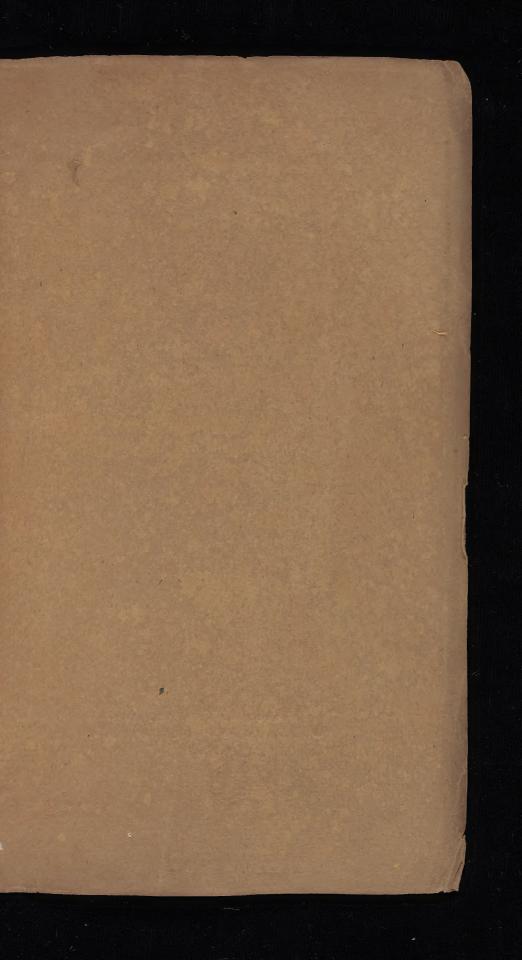








2562-632



Love 19/ 18/3/ 6 tou. F. F.

Prezzo lire due austriache.

· Andradedearandarandarandarandarandara